

Dai *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* di Newton:

METODO DELLE PRIME E DELLE ULTIME RAGIONI, COL CUI AIUTO SI DIMOSTRANO LE COSE CHE SEGUONO

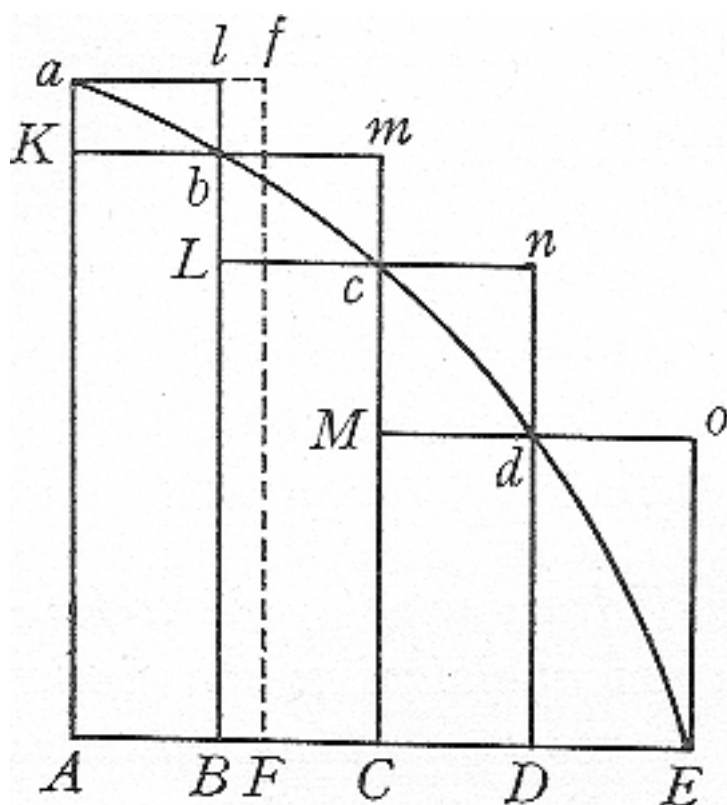
Lemma I.

Le quantità, come anche i rapporti fra quantità, che costantemente tendono all'eguaglianza in un qualsiasi tempo finito, e prima della fine di quel tempo si accostano l'una all'altra più di una qualsiasi differenza data, divengono infine uguali.

Se si nega questo, da ultimo saranno disuguali, e D sarà la loro differenza ultima. Di conseguenza non potranno accostarsi all'eguaglianza più della differenza data D. Ciò che è contro l'ipotesi.

Lemma II.

Se in una figura qualsiasi, AacE, delimitata dalle rette Aa, AE e dalla curva acE, vengono inscritti un qualsiasi numero di parallelogrammi Ab, Bc, Cd, ecc. con le basi AB, BC, CD, ecc., uguali, e con i lati Bb, Cc, Dd, ecc. paralleli al lato Aa della figura; e si completano i parallelogrammi aKbl, bLcm, cMdn, ecc., allora, se la larghezza di questi parallelogrammi diminuirà e il loro numero aumenterà all'infinito, dico che le ultime ragioni che hanno fra di loro la figura inscritta AKbLcMdD, quella circoscritta AalbmcndoE, e quella curvilinea AabcdE, sono ragioni di uguaglianza.



Infatti la differenza tra la figura inscritta e quella circoscritta è data dalla somma dei parallelogrammi KI , Lm , Mn , Do , ossia (per l'uguaglianza delle loro basi) dal rettangolo costituito da una sola base Kb e dalla somma delle altezze Aa , cioè il rettangolo $ABla$. Ma questo rettangolo, in quanto la sua larghezza AB viene diminuita all'infinito, diventa minore di qualunque rettangolo dato. Di conseguenza (per il lemma I) la figura inscritta, quella circoscritta e, a maggior ragione, la figura curvilinea intermedia, diventeranno, da ultimo, uguali - C.V.D.

Lemma III

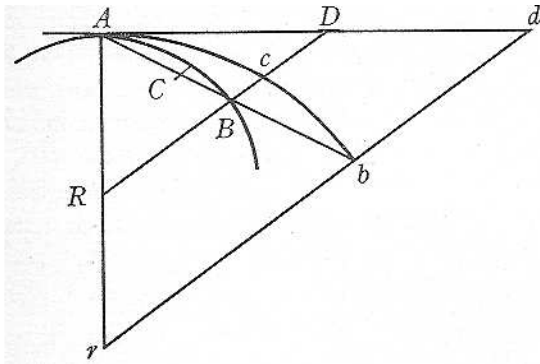
Le medesime ultime ragioni sono ancora ragioni di uguaglianza, quando le larghezze dei parallelogrammi AB , BC , CD , ecc. sono ineguali, e diminuiscono tutte all'infinito.

[...]

Lemma VI

Se un arco qualsiasi ACB di posizione data è sotteso dalla corda AB e in un qualunque punto A , al mezzo di una curvatura continua, viene toccato dalla retta AD , prolungata da entrambe le parti, e se i punti A e B

si accostano fra loro fino a congiungersi, dico che l'angolo BAD , contenuto fra la corda e la tangente, verrà diminuito all'infinito e da ultimo diventerà evanescente.



Se infatti quell'angolo non divenisse evanescente, l'arco ACB , insieme alla tangente AD , conterrebbe un angolo uguale a quello rettilineo, e di conseguenza la curvatura nel punto A , contro l'ipotesi, non sarebbe continua.